

Optimización mediante Improved Harmony Search (ImHS) para la planificación de trayectorias de UAV: Un enfoque geométrico-elástico en entornos de alta amenaza

Alvaro Sánchez Márquez, Josefina Hernández Tapia,
Alberto Hernández Lazcano, José Antonio Sánchez Zarate,
Hugo Suarez Ramírez

Universidad Autónoma de Tlaxcala,
Unidad Académica Multidisciplinaria Campus Calpulalpan,
México

{asanchez, jhernandezt, ahlazcano, jasanchezz, hugo.suarez.r }@uatx.mx

Resumen. La planificación de trayectorias para Vehículos Aéreos No Tripulados (UAV) en escenarios de alta peligrosidad requiere un equilibrio crítico entre la supervivencia y la eficiencia operativa. Este artículo aborda dicho problema mediante la implementación y comparación de dos enfoques metaheurísticos: el algoritmo convencional de Búsqueda Armónica (Harmony Search, HS) y una variante optimizada denominada Improved Harmony Search (ImHS), ajustada específicamente para la navegación en un plano cartesiano 2D. La novedad de esta investigación reside en la formulación de una función objetivo tripartita que integra: a) Un modelo de decaimiento cuadrático para la exposición a radares, b) una penalización cuadrática para la restricción estricta de longitud de ruta (L_{max}), y c) Un componente de atracción geodésica, denominado *enfoque geométrico-elástico*, que minimiza la desviación lateral respecto a la ruta más corta teórica, mediante simulaciones numéricas en MATLAB para entornos con múltiples fuentes de amenaza. Los resultados indican que la inclusión del parámetro de atracción geodésica no solo mejora la linealidad de la ruta en zonas de baja amenaza, sino que optimiza el uso del presupuesto de combustible al evitar rodeos excesivos inducidos por mínimos locales de riesgo. El enfoque propuesto ofrece una solución computacionalmente eficiente para sistemas de navegación autónoma, permitiendo a los UAV operar en entornos hostiles con una configuración de compromiso configurable entre sigilo y rapidez de tránsito.

Palabras clave: Harmony search, Improved harmony search, planificación de trayectorias de UAV, atracción geodésica.

Optimization Using Improved Harmony Search (ImHS) for UAV Trajectory Planning: A Geometric-elastic Approach in High-threat Environments

Abstract. Trajectory planning for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) in high-risk scenarios requires a critical balance between survivability and operational efficiency. This article addresses this problem by implementing and comparing two metaheuristic approaches: the conventional Harmony Search (HS) algorithm and an optimized variant called Improved Harmony Search (ImHS), specifically tailored for navigation in a 2D Cartesian plane. The novelty of this research lies in the formulation of a tripartite objective function that integrates: a) a quadratic decay model for radar exposure, b) a quadratic penalty for the strict path length constraint (L_{max}), and c) a geodesic attraction component, called the geometric-elastic approach, which minimizes lateral deviation from the theoretical shortest path, using numerical simulations in MATLAB for environments with multiple threat sources. The results indicate that including the geodesic attraction parameter not only improves route linearity in low-threat zones but also optimizes fuel budget use by avoiding excessive detours induced by local risk minima. The proposed approach offers a computationally efficient solution for autonomous navigation systems, enabling UAVs to operate in hostile environments with a configurable trade-off between stealth and transit speed.

Keywords: Harmony search, Improved harmony search, planificación de trayectorias de UAV, atracción geodésica.

1. Introducción

En la última década, los Vehículos Aéreos No Tripulados (UAV) han pasado de ser herramientas exclusivas del ámbito militar a componentes esenciales en misiones de búsqueda y rescate, monitoreo ambiental entre otros. Sin embargo, la autonomía plena de estos sistemas sigue enfrentando desafíos críticos cuando operan en entornos de alta amenaza, donde la presencia de sistemas de detección de radar y restricciones estrictas de combustible limitan las opciones de navegación [1]. La planificación de trayectorias (Path Planning) es un problema de optimización NP-duro que busca encontrar una ruta desde un punto inicial a uno final minimizando una función de costo específica. En escenarios hostiles, el objetivo principal es la minimización de la exposición, definida comúnmente mediante modelos de decaimiento de señal [2]. No obstante, la literatura clásica a menudo ignora un conflicto operativo fundamental, la tendencia de los algoritmos de evasión al generar rutas excesivamente sinuosas que, aunque seguras, degradan la eficiencia de la misión al alejarse demasiado de la trayectoria ideal o geodésica.

Para abordar esta complejidad, Pajares [3] alude que el uso de la IA desde sus inicios, ha sido eficiente para resolver problemas, que al principio parecían

juegos, pero en sí, las búsquedas fueron la base para el desarrollo de algoritmos cada vez más precisos, las metaheurísticas bio-inspiradas han demostrado una superioridad notable frente a los métodos deterministas [4]. Entre ellas, la Búsqueda Armónica (Harmony Search HS) destaca por su equilibrio entre la exploración global y la explotación local [5]. En este proyecto se usa HS así como una variante mejorada de HS (específicamente el algoritmo Improved Harmony Search ImHS [6]). A pesar de los avances para la navegación de robots, persiste una brecha en la integración de restricciones elásticas de proximidad. La mayoría de los enfoques se centran únicamente en evitar obstáculos, lo que puede derivar en rutas que consumen el presupuesto de combustible (L_{max}) de manera ineficiente.

Este artículo propone un enfoque innovador denominado atracción geodésica [7,8], donde se introduce una fuerza virtual que vincula la trayectoria optimizada con la línea base de la misión (ruta más corta del inicio a fin de la misión). El presente trabajo contribuye a la disciplina mediante la formulación de un modelo de costo tripartito que penaliza la exposición, el exceso de distancia y la desviación lineal. La validación numérica demuestra cómo la *tensión* hacia la ruta más corta mejora la convergencia y la viabilidad operativa de los UAV en entornos con amenazas.

2. Formulación del problema

Consideramos un vehículo aéreo no tripulado (UAV) operando en un plano cartesiano bidimensional \mathbb{R}^2 . El objetivo es determinar una trayectoria óptima \mathbf{P} que conecte un punto de origen $\mathbf{P}_{inicio} = (x_0, y_0)$ con un punto de destino $\mathbf{P}_{fin} = (x_n, y_n)$, sujeta a amenazas externas y restricciones cinemáticas. La trayectoria se discretiza en una secuencia de n puntos de control $\mathbf{P} = \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$, donde cada punto se define por sus coordenadas (x_i, y_i) . Para reducir la dimensionalidad del espacio de búsqueda, las coordenadas x se distribuyen uniformemente a lo largo del intervalo $[x_0, x_n]$, dejando las coordenadas y como las variables de decisión a optimizar por el algoritmo de Improved Harmony Search.

Función Objetivo La función de aptitud global $f(\mathbf{P})$ se define como un problema de minimización multiobjetivo [9] compuesto por tres términos fundamentales como se presenta en la ecuación (1):

$$f(\mathbf{P}) = \mathcal{E}(\mathbf{P}) + \mathcal{P}(\mathbf{P}) + \mathcal{G}(\mathbf{P}), \quad (1)$$

donde \mathcal{E} es el índice de exposición al radar, el entorno contiene m radares ubicados en posiciones \mathbf{C}_j con intensidades de detección K_j .

La exposición total se modela mediante un decaimiento cuadrático inverso, acumulado a lo largo de todos los puntos de la trayectoria:

$$\mathcal{E}(\mathbf{P}) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^m \frac{K_j}{\|\mathbf{P}_i - \mathbf{C}_j\|^2 + \epsilon}. \quad (2)$$

donde $\|\cdot\|$ denota la norma euclidiana [10] y ϵ es una constante de suavizado para evitar singularidades matemáticas.

\mathcal{P} Representa una penalización por restricción de combustible, para garantizar que la trayectoria sea físicamente viable dado un límite de combustible L_{max} , se aplica una técnica de penalización exterior cuadrática sobre la longitud total de la ruta L_{total} :

$$\mathcal{P}(\mathbf{P}) = \begin{cases} \lambda(L_{total} - L_{max})^2 & \text{si } L_{total} > L_{max} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

siendo $L_{total} = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}\|$ y λ un coeficiente de penalización de gran magnitud.

Por último \mathcal{G} es la función de atracción geodésica, esta es la contribución principal de este trabajo, denominada *atracción geométrica-elástica*. Se define como la suma de las distancias perpendiculares de cada punto \mathbf{P}_i hacia la línea de referencia \mathbf{L}_{ref} que une el inicio con el fin:

$$\mathcal{G}(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{n-1} \text{dist}(\mathbf{P}_i, \mathbf{L}_{ref}). \quad (4)$$

Este término actúa como un regularizador que evita que el algoritmo explore regiones del espacio de búsqueda que, aunque seguras, son ineficientes desde una perspectiva de navegación directa.

3. Harmony Search y sus modificaciones

Cuando escuchas una bonita pieza de música clásica, ¿quién puede hacer la conexión entre la interpretación musical y hallar una solución óptima para un problema de diseño difícil u otros problemas de ingeniería?, pues el algoritmo Harmony Search (HS), desarrollado por Greem en 2001 [11], fue inspirado al observar un músico interpretar armoniosamente una melodía, donde el esfuerzo para hallar una armonía es análogo al de encontrar el óptimo en un proceso de optimización. Estas similitudes son las que dan origen a este algoritmo tomando la belleza y armonía musical en una solución para problemas de optimización. Un músico puede realizar una improvisación musical de tres formas y se formaliza en el algoritmo como se muestra en la Tabla 1.

Un nuevo vector armónico se genera considerando dos probabilidades, $r_{accept} \in [0, 1]$ y $r_{pa} \in [0, 1]$, que permiten la selección aleatoria de un valor almacenado en la memoria armónica y un ajuste de tono, respectivamente. Cada tono o variable de diseño en el vector armónico se ajusta dentro de su rango factible, mediante el uso de (5):

$$x_{new} = x_{old} + rand \times bw, \quad (5)$$

donde x_{old} es el tono original, x_{new} es el nuevo tono después de ser ajustado dentro de un ancho de banda bw y $rand \in [-1, 1]$ es un número aleatorio con distribución uniforme.

Tabla 1. Relación entre la improvisación de un músico y el algoritmo de búsqueda armónica [12].

Músico	Algoritmo Búsqueda Armónica
1. Utiliza lo aprendido por experiencia, es decir, utiliza su memoria.	1. Se usa la memoria armónica (Harmony Memory HM).
2. Toca algo similar a lo aprendido (ajusta el tono ligeramente).	2. Ajuste de tono.
3. Interpreta algo nuevo (aleatoriedad).	3. Aleatorización.

Por otro lado si la nueva armonía X_{new} produce un mejor desempeño de la función objetivo, entonces X_{old} es remplazada y la memoria armónica es actualizada. El proceso se repite hasta que el número máximo de iteraciones o ciclos se alcanza.

4. Algoritmo Improved Harmony Search (ImHS)

Con el ánimo de tener una mejor diversificación e intensificación también conocidas como exploración y explotación del algoritmo Búsqueda Armónica (Harmony Search HS) de [11], se realizó una modificación en dos aspectos en [6] que consisten en:

1. **Mod_1** :Reducir el tono de ajuste bw en función al número de iteraciones, es decir, mientras crece el número de iteraciones se reduce en proporción el rango de ajuste de tono de la forma $bw = (U_i - L_i)/g^a$ donde $L_i \leq x_i \leq U_i$, el número de iteraciones está representada por g y a es una constante positiva que define la velocidad con la que bw se acerca a cero, este proceso se implementa en el paso 7 del algoritmo ImHS de la Figura 1 (b).
2. **Mod_2** : Consiste en reemplazar una componente x_i de la nueva armonía con respecto a una tasa de selección asignada como ajuste inteligente r_{ia} esto es $x_i^{new} = x_i^{best}$ este proceso se implementa en el paso 12 del algoritmo ImHS de la Figura 1 (b). Por lo que la probabilidad de realizar la acción de dicho ajuste es $prob_{AI} = r_{accept} \times (1 - r_{pa}) \times r_{ia}$ donde r_{accept} y r_{pa} son la tasa de selección de la memoria armónica y tasa de ajuste de tono respectivamente del algoritmo en estudio.

Sus autores presentan resultados donde se observa un mejor desempeño en algoritmo ImHS comparado con el algoritmo original HS.

5. Resultados y discusión

Con el fin de validar el enfoque geométrico-elástico propuesto, se diseñó un protocolo experimental en MATLAB consistente en un entorno de alta peligrosidad de 100×100 unidades, con dos fuentes de interferencia de radar.

```

1 Define objective function  $f(x), x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ;
2 Define harmony memory accepting rate  $r_{accept}$ ;
3 Define pitch adjusting rate  $r_{pa}$ ;
4 Define pitch bandwidth  $bw$ ;
5 Generate Harmony Memory (HM) with random harmonies;
6 while  $g < \text{max number of iterations}$  do
7   while  $i \leq N$  do
8     if  $rand < r_{accept}$  then
9        $index = rand(1, k)$ ;
10      if  $rand < r_{pa}$  then
11         $newH(i) = MA(index, i) + bw * rand(-1, 1)$ ;
12      else
13         $newH(i) = MA(index, i)$ ;
14      else
15         $newH(i) = rand(L_i, U_i)$ ;
16      Accept the new harmony (solution) if better ;

```

```

1 Define objective function  $f(x), x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ;
2 Define harmony memory accepting rate  $r_{accept}$ ;
3 Define pitch adjusting rate  $r_{pa}$ ;
4 Generate Harmony Memory (HM) with random harmonies;
5 while  $g < \text{max number of iterations}$  do
6   while  $i \leq N$  do
7      $bw = \frac{(U_i - L_i)}{g^n}$ ; (Mod.1)
8     if  $rand < r_{accept}$  then
9        $index = rand(1, k)$ ;
10      if  $rand < r_{pa}$  then
11         $newH(i) = MA(index, i) + bw * rand(-1, 1)$ ;
12      else
13        if  $rand < facIntel$  then
14           $newH(i) = MA(mejor, i)$ ;
15        else
16           $newH(i) = MA(index, i)$ ; (Mod.2)
17      else
18         $newH(i) = rand(L_i, U_i)$ ;
19      Evaluate Deb conditions;
20      Accept the new harmony (solution) if better ;

```

(a). Harmony Search (HS) original.

(b). Improved Harmony Search (ImHS).

Fig. 1. Seudocódigo de los algoritmos HS y ImHS

Para mitigar el sesgo derivado de la naturaleza estocástica de las meta-heurísticas y garantizar la validez estadística de los hallazgos, se realizaron 30 ejecuciones independientes para cada algoritmo (HS e ImHS, ver Tablas 2 y 3 respectivamente).

Este tamaño de muestra ($n = 30$) se fundamenta en el Teorema del Límite Central y en las convenciones de la literatura especializada [13,14], asegurando una aproximación a la distribución normal de los costos medios. Dicho procedimiento permite contrastar con rigor la precisión y robustez de la variante ImHS frente al HS original, utilizando la desviación estándar como métrica clave para determinar la significancia de la mejora propuesta [15].

Los parámetros del escenario, y de los algoritmos Harmony Search (HS) y Improved Harmony Search (ImHS) se detallan en la Tabla 4.

Se seleccionó una discretización de $n = 19$ puntos de control más los puntos fijos de origen y final de la trayectoria, para proporcionarle suficiente flexibilidad rodeando las amenazas, manteniendo al mismo tiempo un espacio de búsqueda computable de 21 dimensiones.

El límite de combustible (L_{max}) se estableció en 160 unidades, lo que representa un margen de maniobra de apenas el 13 % sobre la distancia geodésica lineal (≈ 141.4 unidades), es notable la selección de un ancho de banda extremadamente bajo ($bw = 0.01$), esto indica que los algoritmo confían en la exploración inicial para encontrar zonas seguras y utiliza el pitch adjustment para un refinamiento local milimétrico, crucial para ajustar la ruta cerca de los gradientes de riesgo sin violar la restricción estricta de L_{max} .

Tabla 2. 30 soluciones para la trayectoria optimizada con HS

No.	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆	y ₇	y ₈	y ₉	y ₁₀	y ₁₁	y ₁₂
1	0	4.803917	10.779538	15.665011	22.960449	24.999895	30.297821	30.306931	40.469219	39.944101	37.472489	61.516250
2	0	3.862414	10.897701	15.331350	22.987605	28.598747	32.275160	35.016181	39.985916	37.427282	35.584898	60.479504
3	0	5.072814	11.319520	15.953787	20.229224	24.997429	28.56962	35.346694	37.803984	35.335918	38.957168	62.095208
4	0	4.269772	9.402446	15.002718	18.869296	24.979085	30.000595	34.998313	39.620438	37.468736	63.500501	61.894283
5	0	5.333226	9.998470	15.232363	22.709739	25.186068	29.960643	35.008113	38.481335	37.656333	36.762920	61.980604
6	0	4.958411	9.975977	15.017287	19.958082	25.017215	29.940873	35.064535	39.946995	38.366248	36.404777	61.992833
7	0	5.006621	9.169273	14.995251	19.787251	25.309776	24.057462	27.193728	30.057629	30.348392	62.958333	61.260210
8	0	4.771498	12.034389	19.704968	20.747169	28.837229	30.008825	32.639376	35.155662	39.058685	38.15374	62.466781
9	0	4.098688	9.811826	13.504526	23.153063	25.092915	31.050728	35.003910	41.656027	40.592431	39.912562	61.688614
10	0	6.440524	19.480460	24.386727	27.978932	38.398124	40.326705	35.820932	35.668389	35.126291	39.073398	43.150372
11	0	4.998912	10.003278	14.995919	19.126328	24.683802	30.006894	36.286004	38.794129	35.355718	37.320447	61.878891
12	0	5.000492	10.002340	15.155691	20.000525	24.774028	28.785777	32.968962	39.997809	35.730631	36.129086	61.013244
13	0	5.432129	9.676430	14.424022	20.140797	24.289536	30.000824	35.285418	39.262897	38.290572	63.068845	60.001892
14	0	6.434813	9.021576	15.662969	20.078398	23.017655	30.597684	34.718758	38.5407	35.626635	36.701549	61.561209
15	0	5.017290	9.965827	14.911406	20.009019	24.992100	29.995074	34.958666	39.797566	37.824021	36.630326	61.358302
16	0	5.231097	10.237511	16.586865	17.047610	24.137351	30.818467	33.558736	38.681514	35.792166	38.835330	61.325714
17	0	3.226191	13.206076	10.825101	18.477070	25.010073	30.008690	35.606088	39.238232	38.432819	36.826849	39.048526
18	0	4.992868	10.003414	14.997010	20.559799	24.999179	29.995555	35.000075	39.278550	39.061972	36.529353	66.212937
19	0	5.138725	9.738372	16.171124	13.661979	22.935979	30.168610	34.993707	39.969819	38.660118	36.211759	62.417579
20	0	3.996377	11.2145	14.394758	19.351604	26.088208	29.519569	37.525095	31.424016	36.528727	37.293060	56.431069
21	0	5.383600	9.667102	14.418237	20.201354	23.948232	31.615805	35.533968	40.355576	39.288558	36.154187	61.276882
22	0	5.931017	10.050395	15.013072	27.435774	29.532407	33.877486	39.397339	39.807240	38.455460	38.560910	60.577372
23	0	6.510269	9.222477	11.389041	19.801828	25.913984	29.411535	34.659487	38.652886	38.219872	34.547370	62.135288
24	0	4.783021	9.997266	15.889518	19.277404	26.407363	29.023630	35.655652	39.650095	38.438641	36.286513	61.467917
25	0	5.235514	10.328804	14.562744	19.285372	23.512542	30.005141	35.457750	39.315348	37.716911	63.677295	61.869821
26	0	5.400476	9.799484	15.110367	19.999077	25.095931	29.936198	35.729320	39.837597	36.007415	37.408411	60.226347
27	0	4.998483	9.998811	15.005434	20.003884	25.000159	29.995031	35.002817	39.997671	38.581492	36.862304	61.752030
28	0	4.947536	10.027942	14.986598	19.983137	25.091660	29.993735	34.952896	39.935884	38.073469	36.527049	62.427350
29	0	5.004013	9.990530	14.993444	20.009329	24.997146	30.001968	34.996086	39.999353	38.131888	36.107851	61.717412
30	0	4.949759	10.052904	15.009041	19.928926	24.974071	29.957381	34.976694	40.024453	37.475119	62.530805	61.476207

No.	y ₁₃	y ₁₄	y ₁₅	y ₁₆	y ₁₇	y ₁₈	y ₁₉	y ₂₀	y ₂₁	FO	DT
1	60.019928	64.992008	70.003257	74.579597	79.999113	85.002921	91.139724	94.990210	100	63.743057	156.61358
2	58.792430	65.91990	70.000646	74.997338	79.977037	84.340832	88.178381	93.027327	100	69.091375	156.63381
3	64.540434	65.003554	69.994110	80.555985	80.007532	85.006094	89.99338	95.003474	100	65.776227	153.63524
4	60.010975	65.001468	69.995869	73.032575	80.683823	84.285519	91.043792	95.007888	100	61.117046	156.110665
5	58.524150	64.781014	70.012013	74.659743	79.999099	85.000071	89.998745	95.010720	100	60.592713	155.673882
6	59.962626	64.947108	70.077026	74.992479	79.994231	84.993611	90.023891	94.942084	100	55.866515	155.212243
7	62.831444	66.367492	69.138539	75.914939	81.823462	85.255894	89.756055	95.006271	100	77.381189	156.084801
8	61.963701	65.000731	68.798340	72.756951	80.955834	83.729542	89.631370	93.219784	100	73.684961	153.298262
9	60.463037	64.279965	72.915706	72.944872	78.381749	86.279385	90.942272	94.999948	100	70.879751	154.975822
10	49.036718	53.637160	52.924433	63.922543	64.915097	72.636131	78.160794	91.701645	100	179.905766	159.300602
11	60.004447	64.836052	69.319854	74.433398	79.624540	84.999276	90.270573	95.428832	100	60.011415	154.530359
12	60.470279	65.015005	69.997789	75.422101	79.991747	84.746206	89.992044	93.563423	100	59.728120	155.162666
13	61.170516	65.007260	69.964626	76.848939	81.767967	84.223980	89.995786	95.262987	100	61.916908	153.777944
14	62.622426	61.441674	70.137211	75.451367	77.528333	83.569995	88.976618	97.367582	100	69.989325	156.289678
15	60.098751	65.149578	70.019441	75.075241	79.963669	84.999045	89.981534	94.995300	100	55.864709	153.827496
16	60.007649	65.091581	66.809401	77.388317	81.364119	85.003819	91.498346	93.573655	100	69.254542	155.576916
17	60.751213	64.207377	70.457005	74.154362	78.836510	84.996800	90.377145	95.000226	100	73.404120	155.142484
18	62.083583	65.014392	70.001037	74.998659	79.996177	85.004206	90.089287	94.994279	100	58.035880	158.5801
19	63.344182	65.028151	72.457645	75.003812	81.017290	87.224003	89.933388	96.326031	100	68.781078	156.901177
20	61.253230	64.608569	70.354212	75.281842	76.396316	81.380378	86.210342	94.833088	100	77.549575	155.808866
21	59.977121	64.808923	69.554643	74.514699	80.585395	84.996734	88.763394	95.842324	100	62.200173	155.820833
22	61.118045	64.990575	65.840133	73.690874	79.650148	85.389448	89.285010	97.072934	100	79.218615	154.450474
23	60.733793	66.272671	69.149850	75.123307	79.731950	85.418462	90.259076	96.141845	100	64.904789	157.619213
24	61.842927	67.145288	71.373976	75.701333	78.872435	86.013604	87.343573	95.511676	100	66.173885	154.800188
25	60.564816	64.162174	69.198178	74.979672	79.301206	85.091279	88.968245	95.006620	100	61.713350	154.824657
26	59.903071	65.243277	69.485780	71.064527	82.108370	86.709095	88.830734	94.261002	100	64.724561	154.848389
27	60.000627	64.998484	70.000218	75.000070	80.001048	85.000664	90.002441	95.007330	100	55.467927	154.303840
28	60.135769	64.978380	69.976449	75.047358	79.898119	84.976241	89.953050	94.987761	100	55.874419	155.584586
29	60.001187	64.998774	69.988279	74.986335	79.997748	84.998033	89.995197	95.001457	100	55.517712	155.246762
30	60.113462	65.039562	70.002476	74.944258	80.031772	85.113330	89.999538	95.011394	100	56.525885	154.530917

La Figura 2 presenta las trayectorias optimizadas correspondientes a las cuatro mejores soluciones de los algoritmos HS e ImHS (detalladas en las Tablas 2

Tabla 3. 30 soluciones para la trayectoria optimizada con ImHS

No.	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
1	0	4.981593	10.004178	15.125319	19.990391	25.036338	29.960428	35.039645	40.018656	37.984570	63.109698	61.306452
2	0	4.949807	9.975970	15.025410	20.059376	25.005699	30.051991	34.974361	39.879506	37.859604	36.893325	61.467348
3	0	4.987130	9.920280	15.050797	19.962489	24.967265	30.067089	34.998058	39.738099	38.013063	62.752208	62.106315
4	0	4.966026	10.071546	15.001345	19.966897	25.035016	29.979944	34.881358	39.991588	38.233816	36.509583	62.268422
5	0	5.015317	10.066186	15.016500	19.995322	25.043424	29.965592	34.974217	39.821281	38.127277	63.130726	61.922721
6	0	5.049047	10.034986	15.040058	19.997863	24.917437	30.017469	34.950588	40.003023	37.361421	36.391582	61.922755
7	0	4.915213	10.077493	15.114784	19.961087	24.913932	29.991367	35.004943	39.825789	38.137460	37.298363	61.147337
8	0	5.006889	10.000326	15.000640	19.996054	24.999121	29.998649	34.991398	40.001715	38.283496	36.499239	61.787260
9	0	4.993368	9.993286	15.026165	19.950556	25.022257	29.904032	35.032655	40.013872	38.871226	63.774169	61.424831
10	0	4.974111	9.992372	15.002598	20.024693	25.006040	30.054723	35.045196	39.946911	38.181707	62.682306	61.977397
11	0	4.963019	9.992202	14.912448	19.962671	24.931360	30.005524	34.972891	40.061655	38.180832	63.023401	61.126197
12	0	4.996879	9.960927	14.995761	19.973680	25.027402	29.990103	34.971806	39.787200	37.996978	37.015180	61.753180
13	0	5.000643	10.002272	14.999615	19.999500	24.994698	30.004368	35.000209	39.993637	38.068250	36.853049	61.702381
14	0	5.054433	9.979169	15.039051	20.072937	25.088317	29.955795	34.985545	39.965846	38.782182	63.000289	61.401251
15	0	5.005450	9.923494	14.987549	20.083060	24.954576	29.911692	34.940413	39.983348	37.548736	37.480717	61.449757
16	0	4.962577	10.026278	15.000211	19.999573	24.916328	29.961502	34.967389	39.946334	37.987032	63.262916	62.052075
17	0	5.034761	9.948097	14.867806	20.065493	25.016754	29.962903	34.984828	39.727336	37.834429	37.388064	61.323741
18	0	5.006572	10.001297	14.992100	19.996413	24.996114	29.996305	34.999334	40.001932	38.314319	36.888237	61.546341
19	0	4.983240	10.000044	14.974065	19.985303	25.011458	30.068582	34.952120	39.896017	37.836200	36.636251	61.159863
20	0	5.098961	10.099204	15.052139	19.988956	25.020279	30.036401	34.936136	40.005241	38.437417	36.051936	61.961751
21	0	4.974301	10.059174	15.011606	19.989879	24.949777	29.994254	34.900848	39.849199	38.447051	36.051424	61.219553
22	0	4.978430	9.973822	15.041939	19.971160	25.047573	29.942898	35.092274	40.006742	38.347561	36.599441	61.631556
23	0	5.078435	10.034785	14.847861	20.004476	25.037251	29.985947	34.897591	39.940696	37.986298	37.825854	61.436415
24	0	5.001657	9.926846	15.038234	19.992836	25.070217	30.038349	34.973101	39.763196	37.934161	37.153638	61.067073
25	0	4.990173	10.035654	15.010792	19.981267	25.120474	30.061635	34.964033	40.007297	37.505896	38.009140	61.831990
26	0	5.019792	9.991075	15.009022	19.890642	25.055496	29.989640	35.004615	39.886558	38.090064	37.131814	60.964866
27	0	4.981156	10.053642	14.933267	20.033059	24.997237	29.977908	34.988468	39.938889	38.112922	36.828938	62.052333
28	0	4.979087	9.930784	14.960994	19.984786	24.966461	29.985270	34.948468	39.964586	37.864095	63.272354	61.844438
29	0	4.930802	9.955223	15.036078	19.968953	24.925667	30.017619	34.974153	39.990463	37.604348	63.419747	61.613770
30	0	5.009260	10.004204	15.000178	20.002843	25.004783	29.997574	35.001170	39.997079	38.087457	36.954099	61.679138

No.	y_{13}	y_{14}	y_{15}	y_{16}	y_{17}	y_{18}	y_{19}	y_{20}	y_{21}	FO	DT
1	60.290574	64.982210	70.037334	75.041686	80.030220	85.043918	89.985517	95.010000	100	56.514896	154.383368
2	59.989352	65.039891	69.997534	75.005051	79.978796	85.077318	89.966878	95.024338	100	55.793379	153.837966
3	60.025620	65.016003	69.916480	74.954806	79.955849	84.983577	89.986806	95.001870	100	56.517868	153.924001
4	59.995917	64.964344	70.007426	75.015088	79.987249	85.035188	89.941646	95.051791	100	55.829506	155.457508
5	60.078563	64.991359	70.072117	75.008115	80.075470	85.020394	90.003603	95.020619	100	56.422632	154.208211
6	59.973111	65.033937	69.975175	75.078989	79.986751	84.956018	89.981031	95.020988	100	55.867463	155.291226
7	60.005530	64.966076	69.933228	75.046841	80.005068	84.994302	90.062320	94.942716	100	56.014138	152.858367
8	60.003403	64.997289	70.001400	74.994387	80.001439	85.003016	90.000383	95.003357	100	55.467544	154.817992
9	60.047483	65.034287	69.913439	74.980991	80.004762	85.046903	89.904930	95.092787	100	56.616339	154.357368
10	60.065140	65.032741	70.018683	74.974720	80.016194	85.037899	89.988556	94.957928	100	56.356902	153.765033
11	59.999011	64.944741	69.974274	75.021782	79.955212	84.955783	89.968271	94.944472	100	56.535401	154.338935
12	60.094425	65.153085	70.044793	75.008064	79.958237	85.007933	89.940072	95.102313	100	55.866496	153.835906
13	60.004258	64.996064	69.996293	75.000233	79.996714	84.995507	90.004375	95.005771	100	55.460184	154.260909
14	60.013990	65.017222	69.998764	75.048844	80.037357	84.977553	89.905983	94.998733	100	56.493564	153.414171
15	59.996431	65.051207	69.974311	74.958904	80.002773	85.013539	90.037436	95.142371	100	55.892386	153.384754
16	60.247160	65.073227	70.019147	74.984492	79.978041	85.019606	89.979271	94.938917	100	56.467865	154.522653
17	59.951973	65.023434	69.994305	74.987606	79.948849	84.973661	90.033302	95.057553	100	55.995103	152.986593
18	60.005005	65.002598	70.000081	75.002584	80.002734	85.002259	90.004273	94.996094	100	55.466711	154.003553
19	60.029728	64.994462	69.976661	75.038400	80.012001	84.961601	90.011279	95.058118	100	55.737496	154.191880
20	60.032068	64.981031	69.957795	75.011964	79.973241	85.022483	89.997026	94.994007	100	55.861655	155.646871
21	60.084216	64.964723	70.108380	75.025059	80.007929	85.026670	89.972708	94.899607	100	55.962262	154.498377
22	60.017861	65.006146	70.007500	74.933048	79.972963	85.100576	89.991193	95.014427	100	55.844322	154.477922
23	60.003507	64.996180	70.045406	75.063645	80.023597	84.926432	89.982048	94.997859	100	55.988548	152.802572
24	60.169870	65.026918	69.992870	75.000468	79.983441	84.946062	89.985372	95.046118	100	55.886296	152.748328
25	59.977305	65.060889	70.029758	75.022903	79.999388	85.021862	89.946949	94.999190	100	55.957393	153.451104
26	59.997529	64.880439	69.993579	74.976117	79.970270	84.996142	90.011067	94.990153	100	55.822832	152.910322
27	59.987577	65.046295	70.076484	75.024121	79.933600	84.990329	89.995344	95.164409	100	55.870071	154.703242
28	59.985735	65.017382	70.001088	75.067490	79.962827	85.042016	89.952398	94.963193	100	56.429611	154.976555
29	59.992234	64.986168	69.954782	75.094076	79.932172	85.058913	90.049208	95.029304	100	56.560272	155.546966
30	60.005123	65.005749	70.000930	75.005953	79.997898	85.000251	89.999039	94.996225	100	55.462628	154.108832

y 3), superpuestas sobre el mapa de riesgo. Al analizar el desempeño, destaca que la variante ImHS supera consistentemente al algoritmo original; de hecho, incluso

Tabla 4. Parámetros del escenario, HS e ImHS

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
\mathbf{P}_{inicio}	(0, 0)	Iteración	5000
\mathbf{P}_{fin}	(100, 100)	Tamaño de HM	10
L_{max}	160	r_{accept}/r_{pa}	0.9 / 0.3
Radar 1 \mathbf{C}_1 (K=800)	(50, 50)	bw	0.01
Radar 2 \mathbf{C}_2 (K=400)	(30, 70)	a	1
Puntos de control n	19	r_{ia}	0.7

el peor valor obtenido por ImHS ($f_{min} = 55,467544$) es superior al mejor desempeño alcanzado por HS ($f_{min} = 55,467927$), logrando una optimización máxima de $f_{min} = 55,460185$. Visualmente, la convergencia de ImHS es notablemente más acelerada en comparación con HS. Aunque a simple vista las trayectorias en la Figura 2 puedan parecer idénticas, esto es consecuencia de la escala espacial del escenario, la cual no permite apreciar las variaciones numéricas de alta precisión que distinguen a cada ruta.

Es importante señalar que, si bien ImHS domina en la minimización del riesgo, el algoritmo HS logró una distancia total ligeramente menor ($DT = 153,827496$) frente a la mejor de ImHS ($DT = 154,003553$). No obstante, todas las rutas demuestran la efectividad de la función objetivo tripartita al desviarse estratégicamente del núcleo crítico del radar central ($K = 800$), priorizando los pasillos de menor exposición.

Es notable que la 8 simulaciones (Figura 2) mantienen una estructura notablemente lineal en las zonas de baja amenaza (cerca del inicio y fin), lo que confirma la influencia reguladora del término de atracción geodésica $\mathcal{G}(\mathbf{P})$. Ambos algoritmos lograron encontrar un equilibrio donde el exceso de distancia ($L_{total} - 141,4$) es mínimo, manteniéndose por debajo del límite $L_{max} = 160$.

5.1. Enfoque geométrico-elástico

La inclusión del parámetro de atracción a la ruta más corta ha demostrado ser fundamental para la estabilidad del algoritmo. Sin este término, las heurísticas basadas en la repulsión de obstáculos tienden a generar trayectorias con oscilaciones laterales innecesarias en espacios abiertos, lo que desperdicia combustible y complica el seguimiento de la trayectoria por parte de los actuadores del UAV.

En este estudio, el enfoque geométrico-elástico actúa como un *amortiguador* virtual, ya que permite que la ruta se curve para garantizar la supervivencia cerca de los radares, pero restaura la linealidad de la misión de inmediato una vez superado el peligro. Este comportamiento multiobjetivo es el que permite que la solución final se ajuste tan estrechamente al límite de $L_{max} = 160$, optimizando el uso de los recursos disponibles.

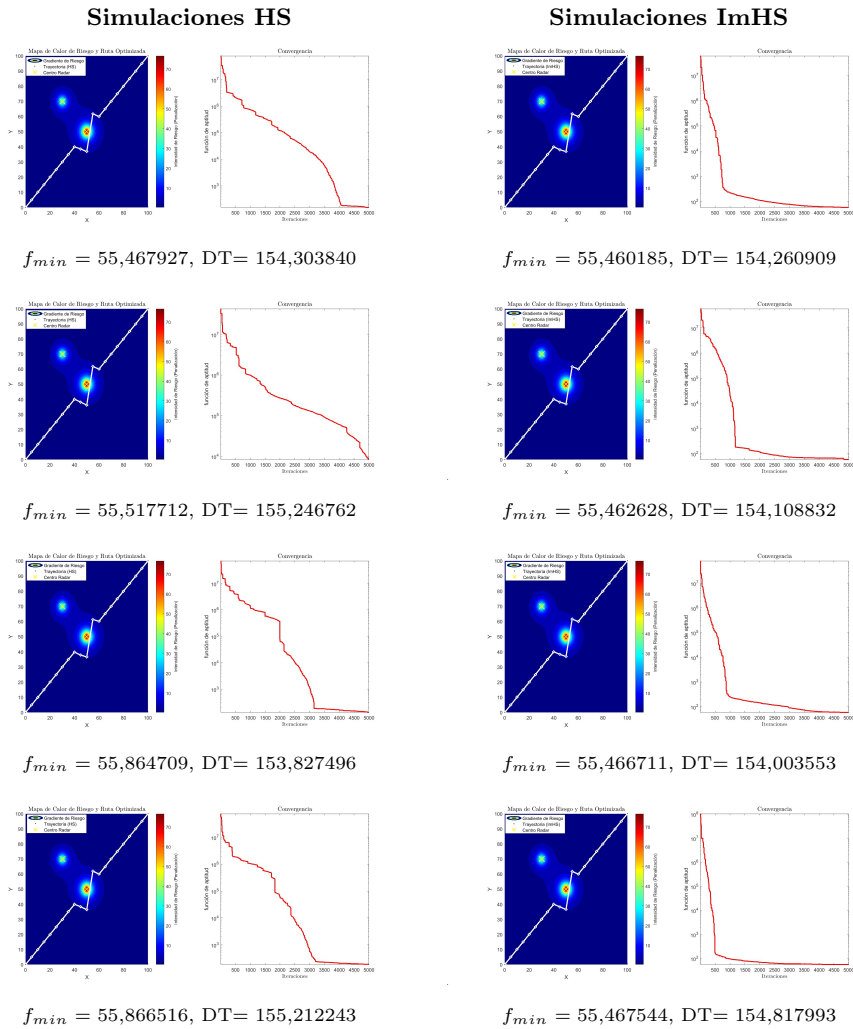


Fig. 2. Comparativa de resultados entre el algoritmo HS (columna izquierda) e ImHS (columna derecha).

6. Conclusión

En este trabajo se ha presentado un estudio comparativo y un enfoque de optimización restringida mediante las metaheurísticas de Búsqueda Armónica (HS) y su variante mejorada, Improved Harmony Search (ImHS), aplicadas a la planificación de trayectorias de UAV en entornos de alta amenaza.

A diferencia de los métodos de evasión convencionales, nuestra propuesta introduce una función de aptitud tripartita que equilibra la seguridad del agente, el consumo de combustible y la eficiencia geométrica. La integración del término

de atracción geodésica (\mathcal{G}) permitió generar rutas que no solo evitan los núcleos de riesgo de los radares ($K = 800$ y $K = 400$), sino que restauran la linealidad de la misión de forma inmediata tras superar los obstáculos. Los resultados demuestran que, si bien ambos algoritmos son capaces de resolver el problema, el ImHS exhibe una superioridad estadística y una convergencia más acelerada, logrando minimizar la función objetivo de manera más robusta que el HS estándar.

Esta eficiencia se traduce en una reducción significativa de las oscilaciones laterales innecesarias que suelen presentar los algoritmos basados puramente en repulsión. Ambos algoritmos demostraron precisión al ajustarse al límite de combustible ($L_{max} = 160,00$), pero el uso de un ancho de banda fino ($bw = 0,01$) en la fase de refinamiento del ImHS fue clave para permitir que la trayectoria se deslice tangencialmente a las zonas de riesgo sin exceder el presupuesto de distancia. En conclusión, el modelo propuesto ofrece una base sólida para sistemas de guiado autónomo donde el sigilo y la rapidez de tránsito son objetivos en conflicto.

La tensión ajustable hacia la ruta más corta, optimizada con mayor eficacia por el algoritmo ImHS, proporciona a los diseñadores de misiones un parámetro intuitivo para controlar la agresividad de la evasión de forma confiable.

6.1. Trabajos futuros

Se sugiere extender este modelo a entornos dinámicos donde la posición de los radares varíe en el tiempo, así como incorporar escenarios de estrés paramétrico para evaluar exhaustivamente las capacidades de respuesta de los algoritmos HS e ImHS, esto incluiría reducir drásticamente el límite de combustible (L_{max}). También se puede contemplar la extensión del algoritmo para la planificación de m vehículos, en este escenario, la función de aptitud debería incluir una condición para evitar colisiones entre ellos, permitiendo que un enjambre de UAVs coordine sus trayectorias para cruzar una zona de n radares minimizando la firma de radar colectiva. La estructura de *armonía* pasaría de representar una sola ruta a representar una partitura orquestal de múltiples trayectorias sincronizadas.

Referencias

1. Geem, Z. W.: Music-Inspired Harmony Search Algorithm: Theory and Applications. Studies in Computational Intelligence, 191, Springer-Verlag, Library of Congress Control Number: 2008944108, Meryland, USA (2009)
2. Yang, X. S.: Nature-Inspired Optimization Algorithms. 1st edn. Elsevier Insights, UK (2014)
3. Pajares, M. G., Santos, P.M.: Inteligencia artificial e ingeniería del conocimiento. 1ª edn. RA-MA S.A. Editorial y Publicaciones, España (2005)
4. Proy, S.P.: Algoritmos heurísticos. Trabajo fin de grado en matemáticas, Universidad de Valladolid, Facultad de ciencias, España (2024)
5. Feng, Q., Mohd, Z. and Kai-Qing, Z.: Algoritmo de búsqueda de armonía y variantes relacionadas: una revisión sistemática. Computación de enjambre y evolutiva, 74(101126) (2022)

6. Portilla-Flores, E. S.-P.: Enhancing the Harmony Search Algorithm Performance on Constrained Numerical Optimization. *IEEE Access*, 5, 25759-25780 (2017)
7. Khatib, O.: Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots. *The International Journal of Robotics Research*, 5(1), 90–98 (1986)
8. Moore, J. and Garcia, R.: Geodesic Path Deviation in Constrained Environments for Autonomous Vehicles. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(4), 1101–1115 (2012)
9. Deb, K.: *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, New York, USA (2001)
10. Strand, G.: *Introduction to Linear Algebra*. 5th edn. Wellesley-Cambridge Press, USA (2016)
11. Geem, Z. W., Kim, J. H., Loganathan, G. V.: A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. *Simulation*, 76(2), 60–68 (2001)
12. Sánchez-Márquez, A., Sánchez-Márquez, S., et al: Síntesis dimensional óptima de un mecanismo para seguimiento de trayectoria por medio de búsqueda armónica y evolución diferencial. *Research in Computing Science*, 153(7), 273-286 (2024)
13. Derrac, J., García, S., Molina, D., Herrera, F.: A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary algorithms in quantum computing. *Swarm and Evolutionary Computation*. Elsevier, 1(1), 13–18 (2011)
14. Montgomery, D. C., Runger, G. C.: *Applied Statistics and Probability for Engineers*. 7th edn. Wiley, Hoboken (2018)
15. Talbi, E.-G.: *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Wiley, Hoboken (2009)